SCRITTO ANALISI 10/06/19

1

MODULO II

(1) $f(x,y) = \dfrac{\arctan(x^2+2y)}{e^{y\sin x}}$ $P=(0,\frac{1}{2})$

Determinare l'equazione del piano Tangente al grafico di f in P:

$\boxed{f(0,\frac{1}{2}) = \operatorname{arctg}(1) = \frac{\pi}{4}}$

$\partial_x f(x,y) = \dfrac{2x\, e^{y\sin x}}{1+(x^2+2y)^2} - \dfrac{y\cos x\, e^{y\sin x}\arctan(x^2+2y)}{e^{2y\operatorname{sen} x}}$

$\boxed{\partial_x f(0,\frac{1}{2}) = 0 - \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{8}}$

$\partial_y f(x,y) = \dfrac{2e^{y\sin x}}{1+(x^2+2y)^2} - \dfrac{\sin x\cdot\arctan(x^2+2y)}{e^{y\sin x}}$

$\boxed{\partial_y f(0,\frac{1}{2}) = \frac{2}{2} = 1}$

EQ. piano Tg: $z = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}x + y - \frac{1}{2}$

$$\boxed{z = -\frac{\pi}{8}x + y + \frac{\pi-2}{4}}$$

(2) $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2-2}{e^{x^2+y^2}}$

f è una funzione radiale, infatti posto

$t = x^2+y^2$ si ha che

$f(x,y) = g(t)$ con

$g : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $\boxed{g(t) = \dfrac{t-2}{e^t}}$

$$\lim_{t\to+\infty} g(t) = \lim_{t\to+\infty} \frac{t-2}{e^t} = \emptyset$$

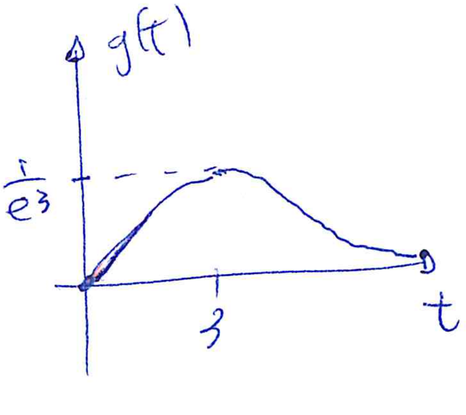
$$g'(t) = \frac{e^t(1-t+2)}{e^{2t}} = \frac{3-t}{e^t}$$

$g'(t) \geq 0 \iff 0 \leq t \leq 3$

$g'(t) \leq 0 \iff t \geq 3$

$g(0) = -2$ $\to$

$g(3) = \dfrac{1}{e^3}$



Tornando a f:

$f(x,y) = g(x^2+y^2)$, quindi

f ha MIN ASSOLUTO in $(0,0)$ e $\min f = -2$

f ha MAX assoluto nei pti $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=3\} \to$ 

f ha MAX

e $\operatorname{MAX} f = \dfrac{1}{e^3}$

$\{f=0\} = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=2\}$
$\to$ circonf. di centro $(0,0)$ e raggio $\sqrt{2}$.